

DETERMINAÇÃO DE COTAS DO MODELO DE WALKER VIA METODOLOGIA “FAST CRACK BOUNDS”

Marcos Alexandre Bohn ¹, Bruno dos Santos ²

¹ Centro Universitário da Fundação Assis Gurgacz - Fag

² Centro Universitário da Fundação Assis Gurgacz – Fag- Professor orientador

Resumo: A vida em fadiga de um componente mecânico é avaliada por intermédio de modelos matemáticos de propagação de trincas, esses modelos são classificados em duas categorias em termos da amplitude de tensão: constante e variável. Os modelos são formulados a partir de um problema de valor inicial, sendo a curva de evolução da trinca obtida através da aplicação de um método numérico, acarretando um elevado custo computacional. É necessária a aplicação de métodos numéricos computacionais que possuam maior eficiência na resolução da taxa de crescimento da trinca. No presente estudo, busca-se analisar a aplicação para o Modelo de Walker da metodologia “Fast Crack Bounds” para determinar as funções de cotas superior e inferior para o modelo de evolução do tamanho de trinca aplicado a uma placa finita com trinca nas arestas, sendo o desempenho desta metodologia considerado através do desvio relativo e tempo computacional, em relação às soluções numéricas aproximadas obtidas pelo método de Runge-Kutta de 4ª ordem explícito (RK4). O resultado obtido pela aplicação dos métodos numéricos indica um desvio relativo máximo de 0,26% entre RK4 e a Metodologia FCB, e o tempo computacional, do exemplo resolvido, demonstra a superioridade do método FCB, sendo 380,4 vezes inferior ao método RK4.

Palavras-chave: Mecânica da fratura linear elástica. Fadiga. Modelo de Walker. FCB..

1. INTRODUÇÃO

A fadiga, é definida pela *American Society for Testing and Materials* (ASTM, 2000) como um processo progressivo e localizado de modificações estruturais permanentes ocorridas em um material submetido a condições que produzam tensões e deformações cíclicas que pode culminar em trincas ou fratura após um certo número de ciclos. As falhas por fadiga, ocorrem de modo inesperado e abrupto, correspondendo a maioria das falhas estruturais.

Um metal submetido a tensões repetidas romperá a uma tensão muito inferior àquela necessária para ocasionar um colapso por escoamento, devido à aplicação de uma carga variável. O colapso por escoamento, ocorre quando existe a separação de um corpo em duas ou mais partes em decorrência de um carregamento de natureza variável (CALLISTER, 2016).

Dessa maneira, por meio da metodologia de Mecânica da Fratura Linear Elástica é possível avaliar os danos em fadiga, assim como estudar a ocorrência da propagação das trincas em materiais. Por meio desse processo verifica-se a vida em fadiga do material, viabilizando o planejamento de manutenção. Através dessa perspectiva, notabiliza-se o Modelo de Walker (1970). Esse modelo parte do conceito que todo componente possui inevitavelmente imperfeições, além de que podem surgir em função da condição de serviço empregadas (KUNA, 2013).

Os modelos de propagação de trincas são elaborados por meio de um problema de valor inicial (PVI). Geralmente faz-se necessária a utilização de métodos numéricos para encontrar soluções aproximadas, pois para poucas aplicações práticas, consegue-se obter uma conclusão exata. Com o objetivo de alcançar essas soluções numéricas aplica-se o método numérico de Runge-Kutta de quarta ordem (RK4), representando a necessidade de elevado custo computacional. A metodologia “Fast Crack Bounds” de (ÁVILA *et al.* 2016), contribui com a redução desse problema, em virtude de determinar funções de cotas inferiores e superiores para uma função tamanho da trinca, e restringe a atuação das soluções do modelo de propagação desta.

O objetivo do presente artigo é aplicar a metodologia FCB ao modelo de Walker (1970). As funções cotas superior e inferior da metodologia foram obtidas através da expansão da série de Taylor, retraindo os termos de segunda ordem, com resto de Lagrange (ÁVILA *et al.* 2016). Após calculadas as funções de cota superior e inferior, faz-se a comparação dos tempos computacionais e os desvios estatísticos entre o método numérico convencional RK4 e a metodologia FCB.

2. FADIGA MECÂNICA

A fadiga mecânica é um processo de degradação contínua de um componente submetido a carregamento cíclico, podendo levar a ruptura do material devido a propagação de uma ou múltiplas trincas. A fadiga mecânica de alto ciclo consiste no comportamento associado a cargas relativamente baixas. As falhas por fadiga têm aparência similar à de uma fratura frágil, uma vez que as superfícies de fratura são planas e perpendiculares ao eixo de tensão, com ausência de estricção do material (GUIMARÃES, 2009).

Essas etapas são enumeradas de um a três, conforme a Figura 1, assim sendo a etapa I o início da trinca, a etapa II a sua respectiva propagação e a etapa III a ruptura repentina devido ao crescimento instável da trinca.

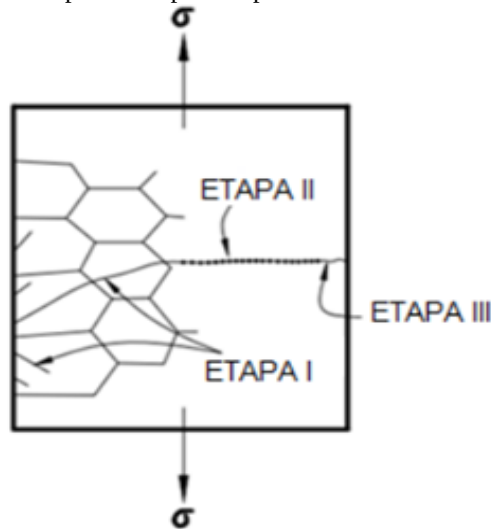


Figura 1 – Etapas da propagação de trinca por fadiga
Fonte: Adaptado de Meyers (1982)

Essas falhas são caracterizadas por marcas específicas, denominadas marcas de praia, devido à alteração de variáveis do ciclo de tensões, a saber, pico de tensão, amplitude e frequência. Estas marcas, indicam a posição da trinca em um determinado instante, conforme a Figura 2.



Figura 2 – Marcas de praia de um material rompido por fadiga.
Fonte: Adaptado de Bannantine (1989)

Visando a necessidade de aprimorar os projetos de componentes submetidos a propagação de trincas, são desenvolvidos métodos de análise de fadiga de caráter estrutural em componentes, sendo o objetivo de estudo a Mecânica da fratura linear elástica (BANNANTINE, *et al.* 1989).

2.1. Mecânica da fratura linear elástica (MFLE)

A Mecânica da fratura linear elástica se caracteriza pela acentuação e distribuição do campo de tensões na proximidade da frente da trinca, exercendo o uso das hipóteses, listadas de um a cinco e relacionadas à elasticidade linear (BANNANTINE, *et al.* 1989):

- H1 - Existência de uma trinca;
- H2 - Material elástico linear isotrópico e homogêneo;
- H3 - Pequenas deformações;
- H4 - Estado plano de tensões ou deformações;
- H5 - Modos de carregamento.

Com base na primeira hipótese, Griffith (1920) estabelece que todo material frágil apresenta uma população de pequenas trincas que causam concentrações de tensões (DIETER, 1981). A segunda hipótese refere-se às suas características, é um material cujo comportamento pode ser descrito por uma relação linear entre a tensão e a deformação, sua resposta elástica é proporcional à força aplicada, suas propriedades físicas são as mesmas em todas as direções e fatores como densidade, elasticidade, condutividade térmica e elétrica são uniformes em todo o material, não havendo variação significativa em diferentes pontos do objeto. A maioria dos materiais estruturais tais como aço e alumínio, podem ser tratados como isotrópicos, lineares e homogêneos (UNICAMP, 1996). A terceira hipótese analisa que todo material apresenta pequenas deformações. A quarta hipótese refere-se ao estado plano de tensões e deformações. Griffith (1920) desconsidera a espessura da placa, passando a referir-se ao problema por um estado plano de tensões. Por fim, a quinta hipótese é destinada à aplicação dos modos de carregamento em que o componente é analisado, conforme apresentado na Figura 3.

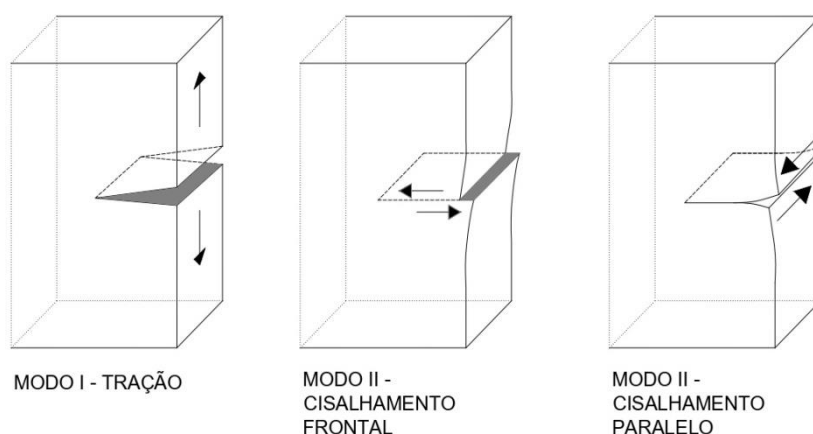


Figura 3 – Modos de carregamento
Fonte: Adaptado de Schijve (2009).

Através do modo I, demonstra-se a tensão de tração, e sua característica principal é o deslocamento local pelos planos cartesianos x-y e x-z. Já pelo modo II, é indicada a uma tensão de cisalhamento, através de um plano normal da trinca, tendo como principal característica uma aresta frontal da trinca com deslocamento no plano x-y, e assimétrico no eixo x-z. O modo III, define que as superfícies da trinca, deslizam paralelamente à aresta frontal, sendo assim, em todos os planos (x-y; x-z), são assimétricos. O modo I é o modo usual para o teste de tenacidade à fratura que será utilizado neste estudo.

2.2 Modelos de Propagação de trincas

O estudo do crescimento de uma trinca em um componente depende do carregamento aplicado, nesse estudo usa-se CATC. No CATC, o histórico do carregamento é desconsiderado. Há vários modelos capazes de representar a evolução do crescimento de uma trinca. Contudo, eles variam nos fatores que influenciam a propagação de trincas e no número de parâmetros para o ajuste dos dados experimentais da curva.

Os modelos de propagação de trinca foram elaborados com o propósito de determinar a vida em fadiga de um componente, isso significa, encontrar o número de ciclos necessários para a ruptura do material.

A Lei de crescimento típica de uma fratura por fadiga, apresentada na Figura 4, é comumente usada no estudo de fadiga, pois ele relaciona a taxa de crescimento da trinca em função do termo forçante “ ΔK ”, termo do qual a propagação da trinca é dependente (SANTOS, 2019). A Lei de Walker, delimitada nesse estudo, é expressa pela região II do diagrama de crescimento de trinca, representada pela Figura 4. O diagrama $\log(da/dN) \times \log(\Delta K)$ é dividido em

três regiões: a região I, representa o início da trinca, a região II representa a propagação intermediária da trinca, onde a taxa é linearmente proporcional a intensidade da tensão e a região III, corresponde ao crescimento acelerado das trincas, imediatamente antes do colapso.

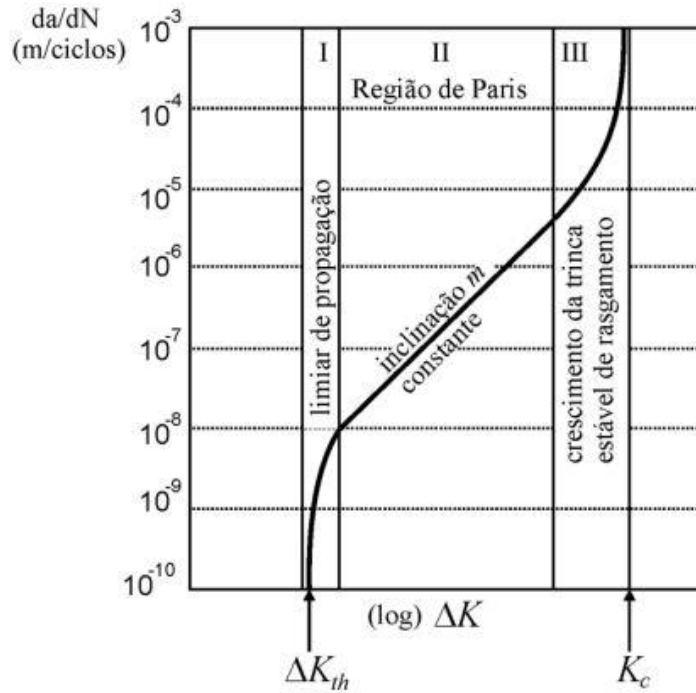


Figura 4 – Lei de crescimento subcrítico típica de uma fissura por fadiga.
Fonte: Adaptado de Santos (2019).

Para uma análise da região II da Figura 4, que representa o diagrama $\log(da/dN) \times \log(\Delta K)$, elabora-se um estudo referente ao modelo de propagação de trincas de Walker (1970).

2.2.1 Modelo de Walker

O modelo de Walker não modela a região I e a região II, mas reconhece o efeito da carga média, o qual pode ser ajustado. Este ajuste representa apenas uma translação do comportamento parabólico previsto para “ $R = 0$ ”. Desta forma pode-se pensar em Walker como uma modificação da regra de Paris-Erdogan para considerar o efeito da carga média, só sendo aplicável à região II da lei de crescimento subcrítica de uma fissura por fadiga (MEGGIOLARO *et al.* 1997).

Com uma modificação do modelo de Paris-Erdogan ao considerar a razão das tensões máximas e mínimas, surge o modelo de Walker (1970), o qual descreve a segunda região da Figura 4, correspondente ao diagrama $\log(da/dN) \times \log(\Delta K)$. Conforme Equação 1, correspondente ao modelo de Walker:

$$\begin{cases} \text{Determinar } a \in {}^{c1}(N0, N1: R^+), \text{ tal que:} \\ \frac{da}{dN} = C_w [(1 - R)^{Y_w - 1} \Delta K]^{m_w}, \forall N \in (N0, N1) \\ a(N0) = a0; \end{cases} \quad (1)$$

Sendo “ C_w ”, “ M_w ” e “ Y_w ” parâmetros empíricos relacionados ao material, e ΔK a variação do fator de intensidade de tensão, definido pela Equação 2:

$$\begin{aligned} \Delta K(a(N)) &= (K_{max} - K_{min})(a(N)) \\ &= \sqrt{\pi a(N) f(a(N))} (\sigma_{max} - \sigma_{min}) \\ &= \sqrt{\pi a(N) f(a(N))} (\Delta \sigma) \end{aligned} \quad (2)$$

Sendo “ $f(\cdot)$ ” a função de geometria e “ σ ” variação do fator de intensidade de tensão e substituindo a Equação 1 na Equação 2, obtém-se a Equação 3.

$$\begin{cases} \text{Determinar } a \in C^1(N0, N1; R^+), \text{ tal que:} \\ \frac{da}{dN} = (N) = h(\alpha, \Delta K) \\ a(N0) = a0; \end{cases} \quad \forall N \in (N0, N1); \quad (3)$$

A Equação 3 é classificada como um problema de Cauchy, que consiste em encontrar as trajetórias que satisfazem a equação diferencial PVI e o valor inicial “ $(a(N0) = a0)$ ”. A existência e unicidade da solução para este problema de Cauchy dependem da regularidade de condições nas funções à direita da Equação 3. O intervalo “ $(N0, N1)$ ” corresponde aos números do ciclo de carga. Esse problema de Cauchy é solucionado pelo modelo numérico RK4.

2.3 Modelo numérico do Método Runge-Kutta de quarta ordem (RK4)

Este método propõe que seja feita a partição do domínio. Essa partição trata-se de uma divisão do intervalo em subintervalos. Os pontos extremos dos subintervalos são denominados de nós. A divisão pode ser regular ou não, a diferença está em que na regular os subintervalos são iguais, ou seja, têm a mesma divisão. A comparação do método RK4, é com a de um polinômio de grau 4, de uma série de Taylor. Assim, o cálculo da derivada é excluído, através da avaliação da função f , em todas as iterações, conforme Equações 4 e 5.

$x: [t_0, b] \rightarrow R$ a função de classe C^{n-1} , $n - \text{vezes derivável no aberto } (t_0, b)$, tal que:

$$x(b) = x(t_0) - x'(t_0)(b - t_0) + \dots + \frac{(b - t_0)^{n-1}}{n - 1!} x^{(n-1)}(t_0) + \frac{(b - t_0)^n}{n!} x^{(n)}(\lambda) \quad (4)$$

Onde $b = t_0 + h$: equivalente a dizer que existe $\theta \in (0,1)$, tal que:

$$x(t_0 + h) = x(t_0) + x'(t_0)h + \dots + \frac{h^{n-1}}{n - 1!} x^{(n-1)}(t_0) + \frac{h^n}{n!} x^{(n)}(t_0 + \theta h) \quad (5)$$

Esse método numérico necessita de um elevado custo computacional, para mitigar essa problemática (ÁVILA, et al. 2016) apresenta a Metodologia FCB.

2.4 Metodologia Fast Crack Bounds (FCB)

Como os modelos de propagação de trincas são formulados por meio de Problemas de valor inicial (PVI), é necessária a aplicação de um método numérico para a resolução. Porém o custo computacional do modelo numérico Runge Kutta de quarta ordem, tem um custo elevado, e para poucas aplicações práticas é logrado êxito em uma solução exata. Dessa forma, é apresentado por (ÁVILA, et al. 2016) a Metodologia *Fast Crack Bounds*, que tem como o objetivo minimizar a problemática.

De acordo com (ÁVILA et al. 2016), a metodologia serve para estabelecer cotas superiores e inferiores que envelopam a solução do problema PVI, do modelo de propagação de cotas do tipo CATC, de acordo com a Equação 6.

$$\begin{cases} \text{Determinar } a \in C^1(N0, N1; R^+), \text{ tal que:} \\ \frac{da}{dN} = Cw [(1 - R)^{YW-1} (\sqrt{\pi a(N)} f(a(N))(\Delta\sigma))]^{mw}, \forall N \in (N0, N1); \\ a(N0) = a0; \end{cases} \quad (6)$$

É por intermédio da Equação 6 que os modelos matemáticos de propagação de trincas são desenvolvidos. Essas equações diferenciais são classificadas como ordinárias, pois a função desconhecida depende apenas de uma variável independente. Através disso, são formuladas hipóteses, ao aplicar a expansão em série de Taylor, com o resto de Lagrange.

$$\begin{aligned} H1 : a(s) &\leq a(t), s \leq t \in [N0, N1]; \\ H2 : f &\in C^1(R); \\ H3 : 0 &< f(a0) \leq f(x) \leq f(y), x \leq y \forall x, y \in [a0, a1]; \\ H4 : f'(a0) &\leq f'(y), x \leq y \forall x, y \in [a0, a1] \\ H5 : m &\geq 1 \end{aligned}$$

Das hipóteses mencionadas, conclui-se que, pelo fato de [H1] assumir um carregamento de tensão constante, a função de correção que assegura o fator de intensidade de tensão é contínua [H2], delimitando assim que [H3] é uma

função geométrica monótona não decrescente. Da mesma forma que a hipótese [H4], apura que a derivada da função geométrica equivale a uma função monótona não decrescente, [H5] estabelece um valor, para que o modelo de Walker, seja válido.

3. METODOLOGIA

A pesquisa é desenvolvida em 3 etapas brevemente descritas a seguir: levantamento de dados, teorema FCB aplicado ao Modelo de Walker e desenvolvimento de um algoritmo computacional.

3.1 Levantamento de dados

Para alcançar os resultados da solução numérica aproximada ao modelo de Walker, com o intento de encontrar os valores das cotas superior e inferior para as funções do fator de intensidade de tensão, utilizou-se como base os estudos desenvolvidos por (BANNANTINE, *et al.* 1989).

O exemplo utilizado para a solução numérica, foi de uma placa finita, previamente carregada, com trincas nas arestas. Conforme a Figura 5.

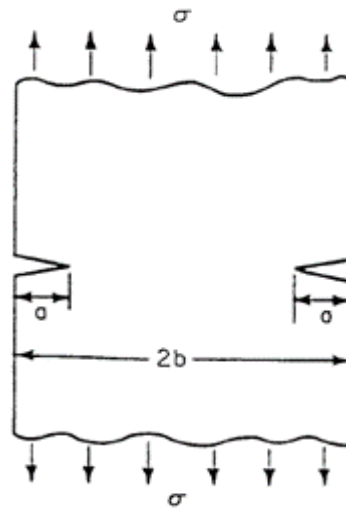


Figura 5 – Placa com largura finita e trinca nas arestas
Fonte: Adaptado de Bannantine (1989).

Para a avaliação de desempenho das cotas do exemplo citado, são utilizados os dados indicados por (BARSON *et al.* 1999), e (CASTRO *et al.* 2009), dos aços ferríticos conforme a Tabela 1.

Tabela 1 – Dados aplicados a aços ferríticos

a_0	b	$\Delta\sigma$	N
0.001m	0.1m	140Mpa	200.000

Fonte: Adaptado de Barson (1999).

Sendo “ a_0 ” o tamanho inicial da trinca em metros, “ b ” a largura da placa estudada, “ $\Delta\sigma$ ” a tensão utilizada e “ N ” a quantidade de ciclos para a operação.

3.2 Teorema FCB aplicado ao modelo de Walker

Caso as funções $f(\cdot)$ e $\Delta(\cdot)$ atendam todas as hipóteses (H1:H5), e $a^* \in [a_0, a_1]$, as cotas superiores e inferiores são consideradas válidas, conforme a Equação 7.

$$\left\{ \begin{array}{l} a(N) - a_0 \leq C_w \left\{ [(1-R)^{\gamma_w-1} \Delta K(a_0)]^{m_w} + \left(\frac{m_w C_w}{2} \right) [(1-R)^{\gamma_w-1} \Delta K(a^*)]^{2m_w} \right. \\ \left. x \left[\frac{1}{2a^*} + \left(\frac{f'}{f} \right) (a^*) \right] (N - N_0) \right\} (N - N_0); \\ (N) - a_0 \geq C_w [(1-R)^{\gamma_w-1} \Delta K(a_0)]^{m_w} \left\{ 1 + \frac{1}{2} m_w C_w [(1-R)^{\gamma_w-1} \Delta K(a_0)]^{m_w} \right. \\ \left. x \left[\frac{1}{2a^*} + \left(\frac{f'}{f} \right) (a_0) \right] (N - N_0) \right\} (N - N_0); \end{array} \right. \quad (7)$$

Prova do Teorema FCB

Através da série de Taylor de segunda ordem com resto de Lagrange, conforme Santos (2015), tem-se:

$$a(N) = a_0 + \frac{da}{dN} (N - N_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 a}{dN^2} (\eta) \right) (N - N_0)^2 \text{ com } \eta \in [N_0, N]. \quad (8)$$

Tomando como base as hipóteses (H2), (H3) e (H4), pode-se escrever as seguintes desigualdades:

$$a(S) \leq a(t), S \leq t \in [N_0, N] \rightarrow (a(s))^m \leq (a(t))^m \quad (9)$$

Ainda, pelas hipóteses descritas, obtém-se:

$$(f(S))^m \leq (f(t))^m \rightarrow \left(a^{\frac{1}{2}} \cdot f \right)^m (t), s \leq t \text{ cm } s, t \in [N_0, N]. \quad (10)$$

Assim, tem-se:

$$(\Delta_\varepsilon)^m(a(s)) \leq (\Delta_\varepsilon)^m(a(t)) \quad (11)$$

Sendo $C > 0$, tem-se:

$$\frac{da}{dN}(s) \leq \frac{da}{dN}(t), s \leq t \text{ com } s, t \in [N_0, N]. \quad (12)$$

A segunda derivada da função “tamanho de trinca” é descrita da seguinte forma:

$$\frac{d^2 a}{dN^2} = \frac{d}{dN} \left(\frac{da}{dN}(a) \right) \frac{da}{dN}(a(N)) = \left\{ \left(\frac{\sigma_t^2}{\sigma_f^2} \right) \frac{1}{2} \left[m C^2 (\Delta \varepsilon_t \sqrt{\pi})^{2m} \left(\frac{a^m}{2a} \right) \right] \right\} \quad (13)$$

Substituindo a Equação 12 na Equação 13 da expansão de Taylor com resto de Lagrange, obtém-se:

$$a(N) = a_0(N_0) + C [\Delta \varepsilon_t \sqrt{\pi a}]^m \left(\frac{\sigma_t^2}{\sigma_f^2} \right) (N - N_0) + \left(\frac{\sigma_t^2}{\sigma_f^2} \right) \frac{1}{2} \left[m C^2 (\Delta \varepsilon_t \sqrt{\pi})^{2m} \left(\frac{(a)^m}{2(a)} \right) \right] (N - N_0)^2 \quad (14)$$

Substituindo a Equação (9) em (14), a função “tamanho de trinca”, torna-se:

$$a_{cs}(N) = a_0 + \left\{ \left(\frac{\sigma_t^2}{\sigma_f^2} \right) C [\Delta \varepsilon_t \sqrt{\pi a_0}]^m + \left(\frac{\sigma_t^2}{\sigma_f^2} \right) \frac{1}{2} \left[m C^2 (\Delta \varepsilon_t \sqrt{\pi})^{2m} \left(\frac{(a^*)^m}{2(a^*)} \right) \right] (N - N_0) \right\} (N - N_0) \quad (15)$$

3.3. Implementação computacional

O software Matlab foi utilizado para o desenvolvimento do algoritmo computacional, através de códigos matemáticos, procurando implementar os métodos RK4 e FCB no modelo de propagação de trincas de Walker, em

coerência com o exemplo da placa finita com trincas nas arestas. O resultado da implementação computacional, é a geração de um algoritmo, que realiza um enfrentamento entre os métodos RK4 e FCB.

Os resultados do algoritmo computacional foram obtidos através de modelos matemáticos gerados pelo software MatLab, versão R2020a. A escolha do software MatLab deve-se a experiência dos autores com esta ferramenta. O processamento foi realizado por um computador com processador Intel(R) Core (TM) i5-4200U CPU 1.60GHz e memória RAM de 4,00 GB.

4. RESULTADOS NUMÉRICOS

Os resultados obtidos pela simulação, demonstram um tempo computacional menor para as funções cotas superior e inferior da metodologia FCB em relação a solução numérica RK4, como apresentado na Tabela 2.

Tabela 2 – Tempo computacional medido em segundos

TRK4	TFCB
5.3403946	0.0140012

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Para avaliar a eficiência da metodologia FCB, usa-se o indicador de desempenho “ ρ ” para o tempo computacional, descrito pela Equação 16. Onde “ T_{RK4} ” é o tempo computacional da solução RK4 e “ T_{FCB} ” o tempo computacional da solução FCB em segundos.

$$\rho = \left(\frac{T_{RK4} - T_{FCB}}{T_{FCB}} \right) = \frac{5,3403946 - 0.0140012}{0,0140012} \quad (16)$$

Como resultado, o indicador de desempenho “ ρ ” é de 380,41 vezes.

O desvio relativo entre as cotas e solução numérica é apresentado na Equação 17.

$$\delta_{inferior,superior}(N_k) = 100 \left(\frac{a_{cs,ci} - a_{RK4}}{a_{RK4}} \right) (N_k) \quad [\%], \forall N_k \{0,1, \dots, N\}. \quad (17)$$

Onde “ $\delta_{inferior,superior}$ ” é o desvio relativo, “ N_k ” o número de ciclos, “ $a_{cs,ci}$ ” o tamanho das cotas inferior e superior da metodologia FCB, e “ a_{RK4} ” o tamanho das cotas inferior e superior do Método RK4. Os resultados são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Desvios relativos entre cotas e solução numérica

Desvio relativo – cota superior	Desvio relativo – cota inferior
0.26%	0.16%

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Apresenta-se a seguir as Figuras 6 e 7.

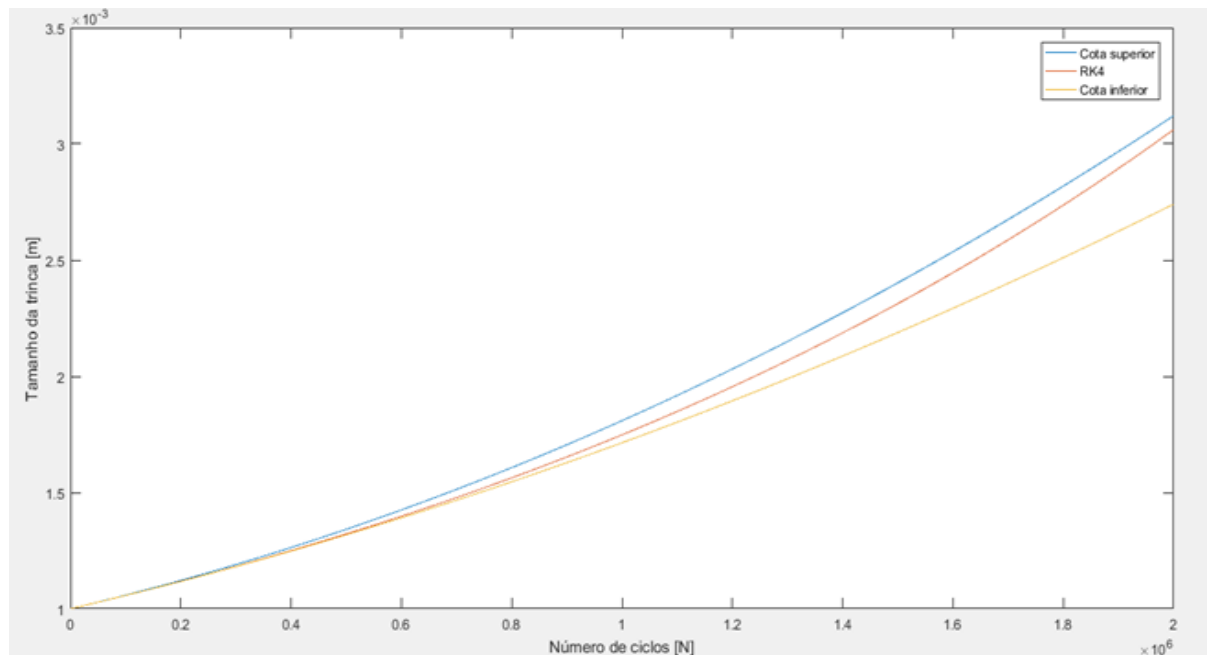


Figura 6 – Funções cota superior e inferior comparada a solução numérica de RK4
(Fonte: Elaborado pelo Autor, 2022)

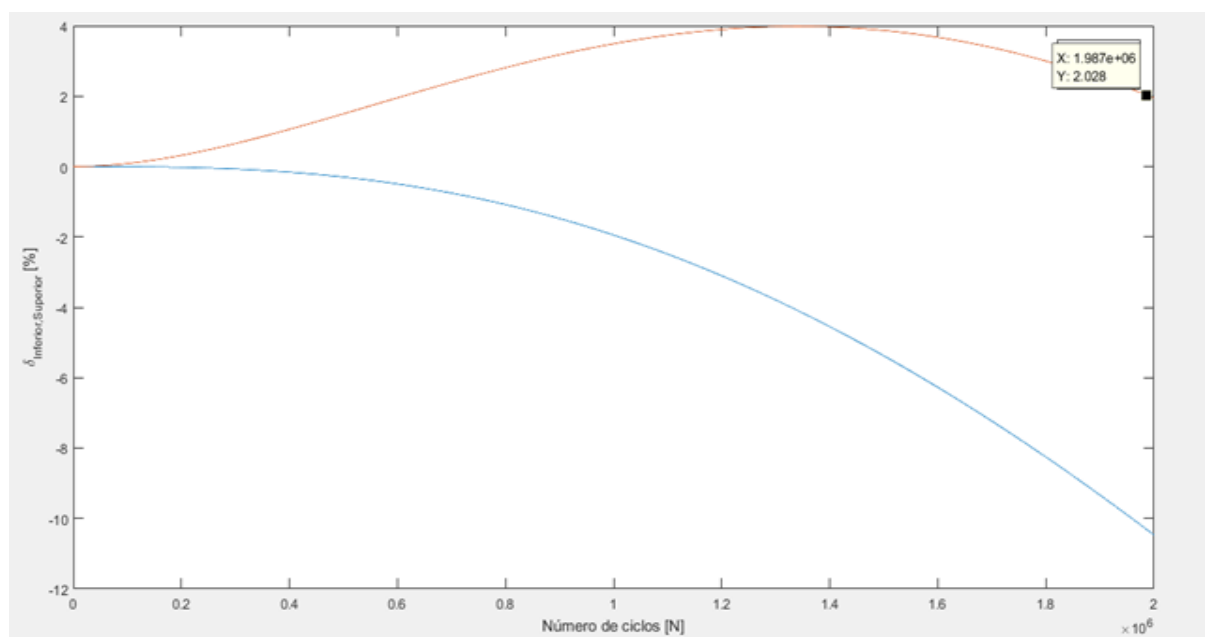


Figura 7 – Funções desvio relativo entre cotas superior e inferior
(Fonte: Elaborado pelo Autor, 2022)

Constata-se então que as cotas envelopam a solução numérica de RK4. Essa aproximação numérica pode ser observada e quantificada de acordo com a exposição da Figura 7 qual se refere à função desvio relativo das cotas superior e inferior.

5. CONCLUSÕES

Este artigo consiste em um trabalho de conclusão de curso para a obtenção de título em bacharel em engenharia mecânica pelo Centro Universitário Assis Gurgacz, sendo o título apresentado como “Determinação de cotas do modelo de Walker via metodologia *Fast Crack Bounds*” orientado pelo Prof. Me. Eng. Bruno dos Santos.

O objetivo do presente trabalho é a aplicação do modelo de Walker via metodologia FCB para propagação de trincas. A metodologia FCB, teve suas cotas avaliadas em uma amostra de material, através da geração de gráficos $a(N) \times N$ pelo software MatLab, bem como a comparação com a solução numérica RK4, juntamente com os desvios relativos entre as cotas e a solução numérica.

A eficiência da metodologia FCB para a análise do fenômeno “tamanho de trinca” em fadiga, foi comprovada em função dos tempos computacionais terem sido de no mínimo 38.042% mais rápido que a solução RK4. Os resultados apresentados demonstram um desvio relativo máximo de 0,26% para a cota inferior, e de 0,16% para a cota superior. A simulação computacional não demonstrou problemas de transposição da solução numérica em relação a cota superior, por conta de ser de altos ciclos.

Constata-se então que, a maior vantagem da metodologia FCB, é ganho de velocidade de processamento computacional se comparado a solução numérica RK4. A simulação da amostra provou um ganho computacional da metodologia FCB, 380,4 vezes mais rápido que o método de Runge-Kutta de quarta ordem, demonstrando a eficiência computacional das funções cotas.

Sugere-se para trabalhos futuros, a aplicação da Metodologia FCB a outros exemplos teóricos de propagação de trincas, aplicar a metodologia em outros materiais metálicos, realizando os ensaios de fadiga em um laboratório para obtenção dos parâmetros de carregamento, como também do tamanho da trinca inicial, desenvolver o mesmo estudo com outros modelos, a exemplo de Paris-Erdogan, Forman e Colliprient, comparando os resultados.

REFERÊNCIAS

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. E1823: **Standard terminology relating to fatigue and fracture**. West Conshohocken, PA, 2000.

ÁVILA JÚNIOR, S. C. R.; SANTOS, R. V.; BECK, A. T. **Analytical Bounds for Efficient Crack Growth Computation**. Applied Mathematical Modelling, v. 40, p. 2312-2321, 2016.

BARBOSA DA SILVA, A. M. **Estudo do comportamento em fadiga de alto ciclo das ligas de alumínio AA6005 T6, AA6063 T6 e AA6351 T6**. 2013. 157f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Materiais) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

BANNANTINE, J. A.; COMER, J. J.; HANDROCK, J. L. **Fundamentals of Metal Fatigue Analysis**. Prentice Hall: [s. l.] 1989.

CALLISTER JR, W~RETHWISCH D. **Ciência e Tecnologia de Materiais: Uma Introdução**. Tradução Sergio Murilo Stamile Soares. 9ª Ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016

CARDOSO, P. C. **Determinação do Parâmetro Relevante para Caracterização de Dano em Fadiga em Aço Inoxidável Austenítico**. 2016. 68 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

DIETER, George E. **Metalurgia Mecânica**, 2 ed. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981.

GUIMARÃES, S. R. **Desenvolvimento e aplicação de uma metodologia para previsão de vida de eixos de mandris de bobinadeiras de laminação a frio submetidas a danos acumulados por fadiga**. Dissertação em Engenharia Mecânica. Belo Horizonte: UFMG, 2009.

KUNA, Meinhard. **Finite Elements in Fracture Mechanics: Theory – Numerics – Applications**. 1. ed. Holanda: Springer, 2013. 447p.

MEYERS, M.A.; CHAWLA, K.K. **Princípios de metalurgia mecânica**. São Paulo: Ed.Edgard Blucher, 1982. 505p.

NICHOLAS R D. A. B. **Avaliação da soldagem como manutenção de sistema de engate tipo quinta roda para carretas**. TCC, EPUSP. São Paulo, 2021, 76p.

SANTOS, B. **Quantificação Da Incerteza Do Modelo De Forman Via Metodologia "Fast Crack Bounds"**. 2019. 105 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2019.

SANTOS, VILLACA. **Desenvolvimento de uma nova metodologia estabelecendo cotas para a evolução de trincas para modelos de carregamento com amplitude de tensão constante**. 2015. Tese (Doutorado em Engenharia) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba.

SHIGLEY, J. E., **Projeto de Engenharia Mecânica**, Bookman, Michigan – USA, 2005.

SCHIJVE, J. **Fatigue of Structures and Materials**. New York: Kluwer Academic Publishers, 2009.

VALLE, K. N. F. **Métodos numéricos de Euler e Runge-Kutta**. 2012. 40 f. Monografia (Pós-Graduação em Matemática para professores com ênfase em cálculo) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.